

函館高専 ○山田 誠  
 北大工学部 田中 文基 岸浪 建史

要 旨

工作機械による加工を、ある入力値により出力を得る関数であると捉え、運動拘束を入力値、それにより得られる創成面を出力と考えることができる。その関数系を導出する手段として、工作機械の構成要素間の相対運動を基に、それを数学記述する形状創成理論がある。本報では、その理論をワイヤー放電加工機に適用し、運動拘束と創成面との間にある関係について明らかにすることを目的とする。

1. 緒言

ワイヤー放電加工法は精密な輪郭加工法として、数値制御の普及と共に発展してきた。ワイヤー放電加工機の形状加工上の特徴としては、(1)電極工具が細線であり、その経路を選択することで加工対象の材料は形状に関係なくプログラムを作成すればすぐに加工に入れる。(2)電極が加工物に対して傾斜する機能を有することでテーパ加工が可能となり、金型の雄型と雌型の同時加工が実現できる。等の特徴を備え、特に、加工物に対してワイヤーが姿勢変化することによって、2軸廻りの回転軸を有することになり、同時4軸制御の動作が可能であるという機能的特徴がある。

工作機械における加工は、ある要求形状を基に、その工作機械の運動に拘束を加えて、目的の形状を得る操作であると考えられる。本報では、V.T.Portman等による形状創成理論<sup>1)</sup>を基に、ワイヤー放電加工機を関数系で表した数学モデルを作成し、それによって得られる形状創成面と運動拘束の関係に関して考察する。

2. ワイヤー放電加工機の数学モデル

2-1. F Sコード (Form Shaping System Code)

工作機械の機能的構造を表現するため、加工物から工具までの各構成要素の相対運動を1から6までの数字のリスト表したものをF Sコード<sup>2)</sup>と呼ぶ。

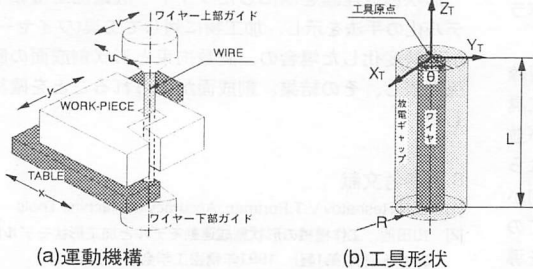


図1. 運動機構と電極工具形状

このコードはx、y、z軸方向の並進運動をそれぞれ1、2、3、x、y、z軸廻りの回転運動をそれぞれ4、5、6で表す。これをワイヤー放電加工機に適用すると、図1から次のようになる。

- S<sub>0</sub>:WORKPIECE on X-Table  
↓ X軸方向並進運動 k=1
- S<sub>1</sub>:Y-Table  
↓ Y軸方向並進運動 k=2
- S<sub>2</sub>:BED  
↓ Z軸移動(上ガイド位置決め) k=3
- S<sub>3</sub>:HEAD  
↓ U-V軸並進運動 k=1,2
- S<sub>4</sub>:UPPER-GUIDE of WIRE  
↓ Y,X軸廻り回転運動 k=5,4
- S<sub>6</sub>:WIRE

F Sコード: k = 1 2 3 1 2 5 4 (1)

ここで、最後の5 4のコードは加工物とワイヤーとの姿勢の変化を表すものである。

2-2. 形状創成関数

座標系間の相対運動を基にコードを数式化したものを形状創成関数と呼んでいる。この運動を表記するために、記号Aとその添え字にコードを用いて座標変換を表すマトリクスとする。即ち、A<sup>1</sup>, A<sup>2</sup>, A<sup>3</sup>は並進運動をA<sup>4</sup>, A<sup>5</sup>, A<sup>6</sup>は回転運動を表す座標変換マトリクスである。

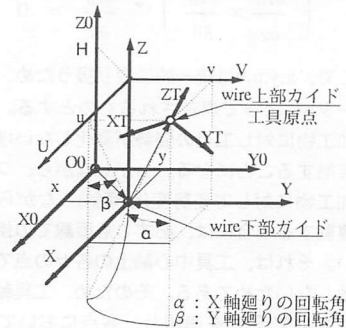


図2. 座標系関係図

今、ワイヤー電極工具形状は図1(b)に示されるような円筒形とし、加工物から工具までの運動系は図2に記されているような関係にあるとする。加工機の形状創成関数 $r_0$ は次のようになる。

$$r_0 = A^1_{(x)} A^2_{(y)} A^3_{(H)} A^4_{(u)} A^5_{(v)} A^6_{(\beta)} A^7_{(\alpha)} r_T \quad (2)$$

ここで、 $r_T$ は電極工具の形状を表すベクトルであるので、次式で表される。

$$r_T = A^3_{(z)} A^6_{(\theta)} A^1_{(R)} e^4, \quad e^4 = [0, 0, 0, 1]^T \quad (3)$$

従って、(2)式は次のようになる。

$$r_0 = A^1_{(x)} A^2_{(y)} A^3_{(H)} A^4_{(u)} A^5_{(v)} A^6_{(\beta)} A^7_{(\alpha)} A^3_{(z)} A^6_{(\theta)} A^1_{(R)} e^4 \quad \dots(4)$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & x+u \\ 0 & 1 & 0 & y+v \\ 0 & 0 & 1 & H \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \beta & 0 & \sin \beta & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin \beta & 0 & \cos \beta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha & -\sin \alpha & 0 \\ 0 & \sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R \cos \theta \\ R \sin \theta \\ -z \\ 1 \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$= \left\{ \begin{bmatrix} \cos \beta & \sin \alpha \sin \beta & \cos \alpha \sin \beta & 0 \\ 0 & \cos \alpha & -\sin \alpha & 0 \\ -\sin \beta & \sin \alpha \cos \beta & \cos \alpha \cos \beta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & x+u \\ 0 & 0 & 0 & y+v \\ 0 & 0 & 0 & H \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \right\} \begin{bmatrix} R \cos \theta \\ R \sin \theta \\ -z \\ 1 \end{bmatrix} \quad \dots(6)$$

(6)式の第一項のマトリクスは工具姿勢を表し、第二項のマトリクスは工具原点の位置を表す。

### 3. 形状創成面と関数拘束の関係

電極工具による形状加工は、工具と加工物との接触点により実行される。

運動が(8)式のように仮定されるとき、工具の運動と工具形状の間で、(9)式の拘束条件が成り立つように加工面が創成される。

$$\begin{cases} x = x(s) \\ y = y(s) \end{cases}, \quad \begin{cases} u = u(s) \\ v = v(s) \end{cases} \quad (8)$$

$$\left( \frac{\partial r_0}{\partial z} \times \frac{\partial r_0}{\partial \theta} \right) \cdot \frac{\partial r_0}{\partial s} = 0 \quad (9)$$

ここで、 $x, y, u, v$ は統一に取り扱うため、共通のパラメータ $s$ によって規定されるものとする。

加工物に対し工具の姿勢が変化しない場合は、直線で接触することになる。しかしながら、ワイヤー工具が加工物に対して姿勢変化(傾斜)しながら加工物が並進運動する場合には、必ずしも直線での接触とはならない。それは、工具中心軸上の各々の点で運動方向が一致しないためである。そのため、工具軸上の全ての点において(9)式を適用し、各点において加工点を導出する必要がある。

### 4. 適用例

例として、図3に示すような加工物が $y$ 軸方向に運動、ワイヤー上部ガイドが $x$ 軸方向に運動する場合、即ち(10)式で示される運動を取り上げる。

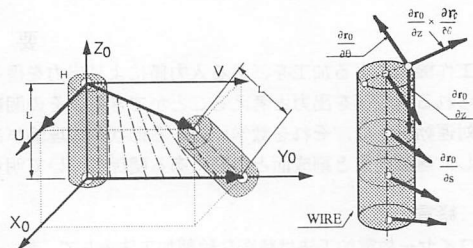


図3. 加工例

$$\begin{cases} x = 0 \\ y = b s \end{cases}, \quad \begin{cases} u = a s \\ v = 0 \end{cases} \quad (10)$$

ここで、 $a, b$ は定数である。

計算機によるシミュレート結果を図4に示す。

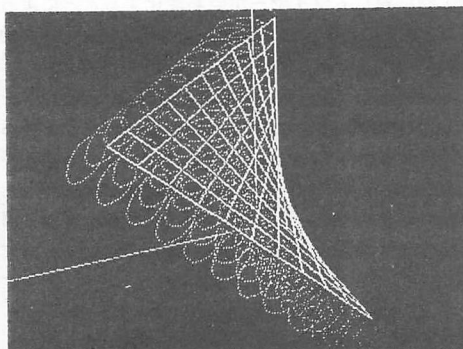


図4. シミュレート結果

### 5. 結論

形状創成理論を基にしたワイヤー放電加工機のモデル化の手法を示し、加工物に対して工具(ワイヤー)が姿勢変化した場合の、関数拘束と形状創成面の関係を表し、その結果、創成面が得られることを確認した。

### 6. 参考文献

- [1] D.N.Reshetov V.T.Portman, Accuracy of Machine Tools
- [2] 山田他、工作機械の形状創成運動モデルと加工形状モデルに関する研究(第1報) 1991年精密工学会春季大会
- [3] 山田他、5軸工作機械の機能表現について 1992年度精密工学会秋季大会